

INTERNATIONAL ACADEMY OF
EDUCATION

INTERNATIONAL BUREAU
OF EDUCATION

Pedagogía eficaz en matemática

*por Glenda Anthony
and Margaret Walshaw*



INTERNATIONAL
ACADEMY OF
EDUCATION



United Nations
Educational, Scientific and
Cultural Organization



IBE
International Bureau
of Education

SERIES PRÁCTICAS EDUCATIVAS-19

Academia Internacional de Educación

La Academia Internacional de Educación (IAE) es una asociación científica sin fines de lucro que promueve la investigación educativa, su difusión y la implementación de sus contenidos. Fundada en 1986, la Academia se dedica a fortalecer las contribuciones de la investigación científica, resolviendo problemas críticos de la educación en todo el mundo, y a ofrecer una mejor comunicación entre los responsables de políticas, investigadores y profesionales.

Su sede se halla en la Real Academia de Ciencias, Literatura y Artes en Bruselas, Bélgica, y su centro de coordinación se encuentra en la Universidad Curtin de Tecnología en Perth, Australia.

El objetivo general de la IAE es fomentar la excelencia académica en los campos de la educación. Con este fin, la Academia proporciona síntesis oportunas de evidencia basadas en investigación de importancia internacional. La Academia también provee críticas de investigación y de la base aprobatoria, y su aplicación a las políticas.

Los miembros actuales de la Junta Directiva de la Academia son:

- Monique Boekaerts, University of Leiden, Holanda (Presidente);
- Erik De Corte, University of Leuven, Bélgica (Ex Presidente);
- Barry Fraser, Curtin University of Technology, Australia
- (Director Ejecutivo);
- Jere Brophy, Michigan State University, Estados Unidos;
- Erik Hanushek, Hoover Institute, Stanford University, Estados Unidos;
- María de Ibarrola, National Polytechnical Institute, México;
- Denis Phillips, Stanford University, Estados Unidos.

Para obtener más información, consulte el sitio web de IAE, en:

<http://www.iaoed.org>

Prefacio

Este texto sobre la enseñanza efectiva de matemática se preparó para incluirlo en la serie 'Prácticas Educativas' desarrollada por la Academia Internacional de Educación y distribuida por la Oficina Internacional de Educación y la Academia. Como parte de su misión, la Academia proporciona síntesis oportunas de investigaciones en temas educativos de importancia internacional. Este es el décimo noveno de una serie de fascículos sobre prácticas educativas que mejoran el aprendizaje en general y es un complemento al libro anterior, 'Mejorar el Rendimiento Académico en Matemática', escrito por Douglas A. Grouws y Kristin J. Cebulla.

La presente publicación se basa en un trabajo científico producido por Glenda Anthony y Margaret Walshaw para el Programa para la Síntesis de la Mejor Evidencia Iterativa, del Ministerio de Educación de Nueva Zelanda (BES). Esta síntesis, al igual que las demás de la serie, está destinada a ser un catalizador en procura de una mejor sistémica educativa y su desarrollo sostenible. El mencionado documento está disponible en formato electrónico en la dirección www.educationcounts.govt.nz/goto/BES.

Todos los BES fueron escritos utilizando un enfoque de colaboración que involucra a los escritores, los sindicatos de docentes, grupos de directores, educadores, académicos, investigadores, asesores de políticas y otros grupos interesados. Para garantizar su rigor y utilidad, cada BES ha seguido las directrices nacionales desarrolladas por el Ministerio de Educación de Nueva Zelanda. El profesor Paul Cobb ha proporcionado la garantía de calidad para la síntesis original.

Glenda y Margaret son profesoras asociadas de la Universidad de Massey. Como directoras del Centro de Excelencia para la Investigación en Educación Matemática, están involucradas en una amplia gama de proyectos de investigación relacionados al aula y a la formación docente. Actualmente, intervienen en la investigación enfocada hacia las prácticas de participación equitativa en el aula, prácticas de comunicación y prácticas de cálculo, tanto en los profesores como en los estudiantes. Su trabajo ha sido ampliamente difundido en revistas como *Mathematics Education Research Journal*, *Review of Educational Research*, *Pedagogies: An International Journal*, y *Contemporary Issues in Early Childhood*.

Las sugerencias o indicaciones de uso de este texto deben ser sensibles al contexto educativo y cultural, y abiertos a la evaluación continua. El fascículo No. 19 de la serie 'Prácticas Educativas' es un modelo de investigación que profesores y formadores del profesorado pueden utilizar como herramienta para la adaptación y construcción, en base a hallazgos, de esta síntesis en sus contextos particulares.

JERE BROPHY
Editor, Michigan State University
Estados Unidos

Títulos anteriores de la serie 'Prácticas educativas'

1. Teaching by *Jere Brophy*. 36 p.
2. Parents and learning by *Sam Redding*. 36 p.
3. Effective educational practices by *Herbert J. Walberg and Susan J. Paik*. 24 p.
4. Improving student achievement in mathematics by *Douglas A. Grouws and Kristin J. Cebulla*. 48 p.
5. Tutoring by *Keith Topping*. 36 p.
6. Teaching additional languages by *Elliot L. Judd, Lihua Tan and Herbert J. Walberg*. 24 p.
7. How children learn by *Stella Vosniadou*. 32 p.
8. Preventing behaviour problems: what works by *Sharon L. Foster, Patricia Brennan, Anthony Biglan, Linna Wang and Suad al-Ghath*. 30 p.
9. Preventing HIV/AIDS in schools by *Inon I. Schenker and Jenny M. Nyirenda*. 32 p.
10. Motivation to learn by *Monique Boekaerts*. 28 p.
11. Academic and social emotional learning by *Maurice J. Elias*. 31 p.
12. Teaching reading by *Elizabeth S. Pang, Angaluki Muaka, Elizabeth B. Bernhardt and Michael L. Kamil*. 23 p.
13. Promoting pre-school language by *John Lybolt and Catherine Gottfred*. 27 p.
14. Teaching speaking, listening and writing by *Trudy Wallace, Winifred E. Stariha and Herbert J. Walberg*. 19 p.
15. Using new media by *Clara Chung-wai Shih and David E. Weekly*. 23 p.
16. Creating a safe and welcoming school by *John E. Mayer*. 27 p.
17. Teaching science by *John R. Staver*. 26 p.
18. Teacher professional learning and development by *Helen Timperley*. 31 p.

Estos títulos se pueden descargar en los sitios web de IEA (<http://www.iaoed.org>) o IBE (<http://www.ibe.unesco.org/publications.htm>). Copias impresas pueden solicitarse a: IBE, Publications Unit, P.O. Box 199, 1211 Ginebra 20, Suiza. Por favor, tenga en cuenta que varios títulos ahora están fuera de impresión pero pueden ser descargados de los sitios de IEA y IBE.

Tabla de Contenidos

La Academia Internacional de Educación, *página 2*

Prefacio de la serie, *página 3*

Introducción, *página 6*

1. Una ética del cuidado, *página 7*

2. Disposición para el aprendizaje, *página 9*

3. Construyendo sobre la base de pensamiento de los estudiantes, *página 11*

4. Tareas matemáticas que valen la pena hacer, *página 13*

5. Haciendo conexiones, *página 15*

6. Evaluación para el aprendizaje, *página 17*

7. Comunicación matemática, *página 19*

8. Lenguaje matemático, *página 21*

9. Herramientas y representaciones, *página 23*

10. Conocimientos de los docentes, *página 25*

Conclusión, *página 27*

Referencias, *página 28*

Esta publicación fue producida en 2009 por la Academia Internacional de la Educación (IAE), Palais des Académies, 1, calle Ducale, 1000 Bruselas, Bélgica, y la Oficina Internacional de la Educación (IBE), P.O. Box 199, 1211 Ginebra 20, Suiza. Está disponible de forma gratuita y puede ser libremente reproducida y traducida a otros idiomas. Por favor, envíe una copia de cualquier producción que reproduzca este texto en su totalidad o en parte a IAE y a IBE. Esta publicación también está disponible en la internet. Visite las páginas de las secciones ‘Publicaciones’ y ‘Series Prácticas Educativas’ en:

<http://www.ibe.unesco.org>

Los autores son responsables de la elección y presentación de los hechos contenidos en esta publicación y de las opiniones expresadas, que no son necesariamente las de UNESCO/IBE y no comprometen a la organización. Las denominaciones empleadas y la presentación del material en esta publicación no implican la expresión de ninguna opinión por parte de UNESCO/IBE sobre la condición jurídica de cualquier país, territorio, ciudad o área, o de sus autoridades, ni respecto a la delimitación de sus fronteras o límites.

Impreso en 2013 por Mantis Comunicación, Quito, Ecuador.

Versión en español realizada por VVOB, Quito, Ecuador

Introducción

Este folleto aborda la enseñanza efectiva de matemática. Sobre la base de una amplia gama de investigaciones, se describen los tipos de enfoques pedagógicos que involucran a los estudiantes y dan lugar a resultados deseables. El objetivo de este trabajo es profundizar el conocimiento de profesionales, formadores de educación y responsables de políticas, y ayudarles a optimizar las oportunidades para los estudiantes de matemática.

La matemática es la más internacional de todas las materias curriculares y la comprensión matemática influye de una u otra manera en la toma de decisiones en todos los ámbitos de la vida, ya sean estos privado, social o civil. La educación matemática es clave para aumentar las oportunidades después de la escuela y en la ciudadanía de los jóvenes, pero hoy en día, al igual que en el pasado, muchos estudiantes luchan con la matemática y llegan al desafecto pues continuamente encuentran obstáculos a la participación. Es imperativo, por lo tanto, que entendamos lo que los profesores pueden hacer para romper este patrón y cómo luce la enseñanza efectiva de matemática. Los principios descritos en esta publicación no son indicadores independientes de buenas prácticas, dado que toda práctica debe ser entendida dentro de una red más amplia que incluye la escuela, el hogar, la comunidad y un más vasto sistema educativo. Los docentes hallarán que algunas prácticas son más aplicables a sus circunstancias locales que otras.

En conjunto, los principios que contiene este texto se basan en la certidumbre de que la pedagogía matemática debe:

- basarse en la premisa general de que todos los estudiantes tienen derecho a acceder a la educación y la premisa específica de que todos tienen el derecho de acceder a la cultura matemática;
- reconocer que todos los estudiantes, independientemente de su edad, pueden desarrollar identidades matemática positivas y convertirse en poderosos estudiantes matemáticos;
- basarse en el respeto y la sensibilidad interpersonal y responder a la multiplicidad de herencias culturales, procesos de pensamiento y realidades que se encuentran típicamente en los salones de clase;
- centrarse en la optimización de una serie de resultados académicos deseados que incluyan la comprensión conceptual, fluidez procedimental, competencia estratégica y razonamiento adaptativo;
- y comprometerse a mejorar una serie de resultados sociales en el aula que contribuyan al desarrollo integral de los estudiantes para construir una ciudadanía productiva.

Lectura sugerida: Anthony & Walshaw, 2007; Martin, 2007; National Research Council, 2001.

1. Una ética de cuidado

Cuidar en el aula las comunidades que se centran en objetivos matemáticos, ayuda a desarrollar la identidad y competencia matemática de los estudiantes.

Resultados de la investigación

Los docentes que realmente se preocupan por sus estudiantes trabajan duro en el desarrollo de comunidades de confianza en el aula. Con la misma importancia, se aseguran de que sus clases tengan un enfoque matemático fuerte y que tengan expectativas altas pero realistas, acerca de lo que sus estudiantes pueden lograr. En ese ambiente, los estudiantes descubren que son capaces de pensar, razonar, comunicar, reflexionar y criticar a la matemática que encuentran. Sus relaciones en el aula se convierten en un recurso para el desarrollo de sus competencias e identidades matemáticas.

La preocupación por el desarrollo de la competencia matemática de los estudiantes.

Los estudiantes quieren aprender en un ambiente armonioso. Los profesores pueden ayudar a crear ese entorno, respetando y valorando la matemática y las culturas que los estudiantes traen al aula. Al garantizar la seguridad, los docentes facilitan la participación de todos los estudiantes. Es importante, sin embargo, evitar el tipo de relaciones que fomentan la dependencia. En su lugar, deben promover las relaciones en el aula que permiten a los estudiantes pensar por sí mismos, hacer preguntas y asumir riesgos intelectuales.

Las rutinas en el aula juegan un papel importante en el desarrollo del pensamiento matemático y el razonamiento del estudiante. Por ejemplo, la práctica diaria de invitar a sus estudiantes a responder preguntas o resolver problemas matemáticos, podría hacer poco más que promover la cooperación. Los profesores necesitan ir más allá y aclarar expectativas sobre cómo los estudiantes pueden y deben contribuir, cuándo y en qué forma, y cómo otros pueden responder. Los docentes que realmente se preocupan por el desarrollo del rendimiento matemático de sus estudiantes muestran interés en las ideas que ellos construyen y expresan, sin importar cuán inesperadas o poco ortodoxas sean. Al modelar la práctica de evaluación de ideas, ellos animan a sus estudiantes a hacer juicios inteligentes sobre la solidez matemática de las ideas expresadas por sus compañeros

de clase. Ideas que muestran ser una contribución sana para la formación de nuevas instrucciones.

La preocupación por el desarrollo de la identidad matemática de los estudiantes

En el desarrollo de las identidades matemáticas de los estudiantes, los docentes son el recurso más importante. Al asistir a las distintas necesidades que derivan del hogar, lenguaje, capacidades y perspectivas, los docentes permiten a los estudiantes desarrollar una actitud positiva hacia la matemática. Una actitud positiva eleva los niveles de bienestar y ofrece a los estudiantes una mayor confianza en su capacidad de aprender y entender la matemática.

En la siguiente transcripción, los estudiantes hablan de su maestra y la relación que ella ha desarrollado con el grupo en el aula, en donde se sienten responsables de sí mismos y de su propio aprendizaje.

Ella te trata como si fueras... no sólo un niño. Si dices 'mira, esto está mal', ella te escuchará. Si la desafías, ella tratará de verlo a tu manera.

Ella no se considera superior.

Ella no se molesta cuando le demuestro lo contrario. La mayoría de los docentes odia estar equivocado, cuando los estudiantes le demuestran que está equivocado.

Es más como una discusión. Puedes dar respuestas y decir lo que piensas.

Nos sentimos como una familia en matemática. ¿Eso tiene sentido? Aún si no estábamos enviando vibraciones de hermano/hermana. Bueno, nos acostumbramos los unos a los otros. Era un grupo grande... más como un barrio con un montón de diferentes casas.

Angier & Povey (1999, pp. 153, 157)

A través de sus prácticas de inclusión, esta maestra en particular influyó la forma en que los estudiantes se veían a sí mismos. Confiados en su propia comprensión, estaban dispuestos a entretener y evaluar la validez de nuevas ideas y enfoques, incluyendo aquellos formulados por sus compañeros. Habían desarrollado una creencia en sí mismos como aprendices de matemática y, en consecuencia, eran más propensos a perseverar en los desafíos matemáticos.

Lectura sugerida: Angier & Povey, 1999; Watson, 2002.

2. Disposición para el aprendizaje

Los docentes eficaces proporcionan a sus estudiantes la oportunidad de trabajar independientemente y en colaboración para dar sentido a las ideas.

Resultados de la investigación

Al hallar sentido a las ideas, los estudiantes necesitan oportunidades para trabajar independientemente y en colaboración. A veces necesitan ser capaces de pensar y trabajar en silencio, lejos de las exigencias de toda la clase. A veces necesitan formar parejas o grupos pequeños para compartir ideas y aprender de los demás y con los demás. Otras veces necesitan ser participantes activos en discusiones con el propósito de involucrar a toda la clase y propiciar la oportunidad de aclarar su comprensión y estar expuestos a interpretaciones más amplias de las ideas matemáticas que son el foco actual.

Tiempo de reflexión independiente

Puede ser difícil captar un nuevo concepto o resolver un problema cuando se está distraído por las opiniones de los demás. Por esta razón, los docentes deben asegurarse de que todos los estudiantes tengan la oportunidad de pensar y trabajar por ellos mismos en silencio y en un momento en el que no se requiere que procesen perspectivas diversas, y a veces contradictorias, de los demás.

Discusión de toda la clase

Los docentes son el recurso principal para alimentar los patrones del razonamiento matemático durante una discusión en la que participa toda la clase. Ellos administran, facilitan y monitorean la participación de los estudiantes y registran las soluciones propuestas por los estudiantes, recurriendo a los recursos más eficientes para lograr aquello. Mientras garantizan que las discusiones conserven su enfoque, los docentes piden a los estudiantes que expliquen sus soluciones a los otros; también animan a los estudiantes a escuchar y respetar a los otros, a aceptar y evaluar diferentes puntos de vista y a participar en un intercambio de ideas y perspectivas.

Socios y pequeños grupos

Trabajar con socios y grupos pequeños puede ayudar a los estudiantes

a verse a sí mismos como aprendices matemáticos. Tales acuerdos, a menudo, pueden proporcionar el apoyo emocional y práctico que los estudiantes necesitan para aclarar la naturaleza de la tarea e identificar posibles formas de avanzar. Parejas y grupos pequeños no solo son útiles para aumentar la participación; también facilitan el intercambio y el análisis de ideas y fomentan un pensamiento de alto nivel. En grupos de apoyo pequeños, los estudiantes aprenden a hacer conjeturas y a participar en la argumentación y validación matemática.

Como participantes en el grupo, los estudiantes requieren estar exentos de distracciones y disponer de un espacio para establecer interacciones fáciles. Necesitan estar razonablemente familiarizados con el enfoque de la actividad y ser responsables por el trabajo del grupo. El docente es responsable de garantizar que los estudiantes entiendan y se adhieran al rol de los participantes que incluye escuchar, escribir, responder, preguntar y evaluar críticamente. En la siguiente transcripción, nótese cómo el docente aclara las expectativas:

Quiero explicar a las personas que participan en el grupo, cómo creen que lograrán hallar un resultado. Luego, quiero que se pregunten si entienden de qué se trata y permitirles hacer una pregunta. Finalmente, recordarles que al final uno debe ser capaz de explicar cómo trabajo su grupo, así que tienen que pensar en preguntas que el resto les pueda hacer y probarlas.

Ahora, este grupo va a explicar y van a ver cómo se les ocurrió esta regla para ese patrón. Luego, mientras avanzan, por favor pregunten si tienen dudas. Si no pueden entender el sentido de cada paso, recuerden hacer preguntas.

Hunter (2005, pp. 454–455)

Para máxima eficacia, los grupos deben ser pequeños, no más de cuatro o cinco miembros. Cuando los grupos incluyen estudiantes que poseen diferente logro matemático, las ideas vienen de diferentes niveles y tienden a mejorar la comprensión general.

Lectura recomendada: Hunter, 2005; Sfard & Kieran, 2001; Wood, 2002.

3. Construyendo sobre la base de pensamiento de los estudiantes

Docentes eficaces planean experiencias de aprendizaje de matemática que permitan a los estudiantes desarrollar sus competencias, intereses y experiencias existentes.

Resultados de la investigación

En la planificación para el aprendizaje, los docentes eficientes ponen el conocimiento actual y los intereses de sus estudiantes en el centro de las decisiones e instrucciones. En lugar de intentar solucionar debilidades y llenar vacíos, ellos construyen sobre competencias existentes, ajustando sus instrucciones para satisfacer las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. Debido a que consideran el pensamiento como 'comprensión en progreso', son capaces de utilizar el pensamiento de los estudiantes como un recurso para el aprendizaje posterior. Estos docentes son sensibles tanto a las expectativas de sus estudiantes como a la disciplina de la matemática.

Conectando el aprendizaje al pensamiento de los estudiantes

El docente eficiente asume las competencias de los estudiantes como punto de partida para su planificación y la toma de decisiones de momento a momento. La referencia de 'competencias existentes', incluye aquellas como habilidades de lectura y escucha, la capacidad de hacer frente a la complejidad y el razonamiento matemático, que se convierten en recursos sobre los cuales se puede construir. Las tareas de experiencias reales también son valiosas para el avance de la comprensión. Cuando los estudiantes logran prever situaciones o eventos en los cuales está inmerso el problema, pueden utilizar sus propias experiencias y conocimiento como base para desarrollar estrategias relacionadas al contexto, que posteriormente suelen devenir en estrategias generalizadas. Por ejemplo, niños pequeños tratando de encontrar la manera de compartir tres pasteles entre cuatro miembros de la familia. A menudo utilizarán métodos informales que se adelantan a los procedimientos de división formales.

Debido a que se enfocan en el pensamiento que surge cuando sus estudiantes están participando en las tareas, los docentes eficientes son capaces de plantear nuevas preguntas o de diseñar nuevas tareas que pondrán a prueba a sus estudiantes y ampliarán el pensamiento. Consideren este problema: a una libélula le toma aproximadamente 2 segundos volar 18 metros. ¿Cuánto tiempo le tomará volar 110

metros? Al darse cuenta de que un estudiante resolvió el problema utilizando el pensamiento aditivo, el docente podría adaptar la tarea de modo que sea probable que invite al uso del razonamiento multiplicativo: ¿cuánto tiempo debería tomarle a la libélula volar 1100 metros?, o ¿cuánto tiempo debería tomarle a la libélula volar 110 metros, si vuela aproximadamente 9 metros en 1 segundo?

Utilizando los conceptos erróneos y errores de los estudiantes como bloques de construcción

Por muchas razones, incluyendo la falta de tiempo o cuidado, los estudiantes cometen errores, pero éstos también surgen de las interpretaciones consistentes y alternativas de ideas matemáticas, que representan los intentos de los estudiantes para crear un significado. Los docentes efectivos, en lugar de desechar tales ideas como ‘pensamientos erróneos’, las ven como una etapa natural y, a menudo, necesaria para el desarrollo conceptual del estudiante. Por ejemplo, algunos niños pequeños en sus primeros intentos de comprender las fracciones decimales, interiorizan la creencia de que el dividir algo lo hace más pequeño. El docente eficaz utiliza esos conceptos erróneos como bloques de construcción para el desarrollo de una comprensión más profunda.

Existen muchas prácticas que los docentes pueden aplicar para proveer oportunidades a los estudiantes, de modo que éstos aprendan de sus errores. Una de ellas es organizar un debate que centre la atención de los educandos en dificultades que han surgido. Otra es pedir a los estudiantes que compartan sus interpretaciones o estrategias de solución, de manera que puedan comparar y reevaluar su pensamiento. Sin embargo, hay otra más que propone el planteamiento de preguntas generadoras de tensiones que necesitan ser resueltas. Por ejemplo, frente a la idea falsa de la división a la que hacíamos mención, un docente debe pedir a sus estudiantes que investiguen la diferencia entre $10/2$, $2/10$ y $10/0.2$ utilizando diagramas, imágenes e historias con números.

Desafío adecuado

Al plantear el desafío adecuado, los docentes efectivos marcan altas pero realistas expectativas. Esto implica construir sobre el pensamiento ya existente de los estudiantes y, más que todo, modificar tareas para proporcionar vías alternativas hacia la comprensión. Para estudiantes de bajo rendimiento, los docentes hallan maneras de reducir la complejidad de las tareas y el trabajo arduo, sin caer en la repetición ni comprometer la integridad matemática de la actividad. Las modificaciones incluyen el uso de indicaciones, reducir el número de pasos de las variables, simplificar la forma en que los resultados deben ser presentados, reducir el monto de registros escritos, y utilizar herramientas de pensamiento adicionales. Del mismo modo, al colocar obstáculos en el camino de las soluciones tales como la remoción de información, el requerimiento de un uso particular de representaciones, o pidiendo generalizaciones, los docentes pueden incrementar el reto para los estudiantes académicamente avanzados.

Lectura sugerida: Carpenter, Fennema, & Franke, 1996; Housart, 2002; Sullivan, Mousley, & Zevenbergen, 2006.

4. Tareas matemáticas que valen la pena

Los docentes eficientes comprenden que las tareas y los ejemplos que eligen, influyen en cómo los estudiantes ven, desarrollan, utilizan y dan sentido a la matemática.

Resultados de la investigación

Mediante la participación en tareas, los estudiantes desarrollan ideas sobre la naturaleza de la matemática y descubren que tienen la capacidad para encontrarle sentido. Las tareas y experiencias de aprendizaje que permiten el pensamiento original de conceptos y relaciones importantes, alientan a los estudiantes a convertirse en hacedores y aprendices de la matemática. Las tareas no deben tener un enfoque decidido en respuestas correctas; deben proveer oportunidades para que los estudiantes luchen con ideas y desarrollen y utilicen una gama cada vez más sofisticada de procesos matemáticos como por ejemplo la justificación, abstracción y generalización.

Enfoque Matemático

Los docentes eficaces diseñan experiencias y tareas que están basadas en matemática sólida y significativa. Se aseguran que todos los estudiantes reciban tareas que ayuden a mejorar su comprensión en el dominio que se enfoque. Los estudiantes no deben esperar que las tareas involucren la práctica de algoritmos que acaban de aprender; sino más bien que estimulen el pensar con ideas matemáticas importantes. El pensamiento matemático de alto nivel involucra el uso de fórmulas, algoritmos y procedimientos que se conecten con los conceptos, interpretaciones y significados. Las tareas que requieren que los estudiantes piensen profundamente sobre ideas matemáticas y conexiones, los animan a pensar por sí mismos en lugar de confiar siempre en su docente para abrir el camino. Al tomar en cuenta estas oportunidades, los estudiantes encuentran que la matemática se tornan más agradables y relevantes.

Tareas problemáticas

A través de las tareas planteadas, los docentes envían mensajes importantes acerca de lo que implica hacer matemática. El docente

eficaz establece tareas que requieren que los estudiantes hagan conjeturas, planteen problemas, busquen patrones y exploren vías alternativas de solución. Tareas abiertas y modeladas, en particular, requieren que los estudiantes interpreten un contexto y luego den sentido a la matemática integrada. Por ejemplo, si se les pide que diseñen un cronograma para la producción de una comida familiar, los estudiantes necesitan interpretar la información, especular y presentar argumentos, aplicar conocimientos previos y hacer conexiones dentro y entre la matemática y otras fuentes de conocimiento. Cuando se trabaja con la vida real y sistemas complejos, los estudiantes aprenden que la matemática consiste en mucho más que producir las respuestas correctas.

Las tareas abiertas son ideales para fomentar el pensamiento crítico y la experimentación que caracterizan el ‘juego’ matemático. Por ejemplo, si se les pide explorar diferentes formas de mostrar $\frac{2}{3}$, los estudiantes deben participar en prácticas matemáticas fundamentales tales como la investigación, creación, razonamiento y comunicación.

Actividad Práctica

Los estudiantes necesitan oportunidades para practicar lo que están aprendiendo, ya sea para mejorar su fluidez computacional, habilidades para la resolución de problemas o la comprensión conceptual. El desarrollo de habilidades, a menudo puede ser incorporado en ‘hacer’ matemática. Aprender, por ejemplo, sobre el perímetro y área ofrece oportunidades para que los estudiantes practiquen la multiplicación de fracciones. Los juegos también pueden ser un medio para el desarrollo de la fluidez y la automaticidad. En lugar de utilizarlos para llenar el tiempo, los docentes efectivos eligen recurrir a juegos pues cumplen con determinados fines matemáticos y porque proporcionan una retroalimentación adecuada y retos para todos los participantes.

Lectura sugerida: Henningsen & Stein, 1997; Watson & De Geest, 2005.

5. Haciendo conexiones

Los docentes eficaces apoyan a los estudiantes en la creación de conexiones entre diferentes formas de resolver problemas, entre representaciones matemáticas y temas, y entre la matemática y las experiencias cotidianas.

Resultados de la investigación

Para dar sentido a un nuevo concepto o habilidad, los estudiantes deben ser capaces de conectarlo a entendimientos matemáticos en un contexto de temas que les ayudan a apreciar la interrelación entre diferentes ideas matemáticas y la vida real. Cuando los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar la matemática a realidades diarias, aprenden sobre su valor para la sociedad y su contribución en otras áreas de aprendizaje, y llegan a verlas como parte de sus propias historias y vidas.

Apoyar en la realización de conexiones

Los docentes efectivos ponen énfasis en los vínculos entre diferentes ideas matemáticas. Hacen que nuevas ideas sean accesibles al introducir progresivamente modificaciones que construyan la comprensión de los estudiantes. Un docente podrá, por ejemplo, introducir “el doble de 6” como una estrategia alternativa para “sumar 6 más 6”. Diferentes patrones y principios matemáticos pueden ser destacados al cambiar detalles en un conjunto de problemas. Por ejemplo, una secuencia de ecuaciones como $y = 2x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 2x$ y $y = x + 3$, animarán a los estudiantes a hacer y probar conjeturas sobre la posición y la inclinación de las líneas relacionadas.

La capacidad de hacer conexiones entre ideas matemáticas aparentemente separadas es crucial para una comprensión conceptual. Mientras fracciones, decimales, porcentajes y proporciones pueden ser consideradas como temas separados, es importante animar a los estudiantes a verlos conectados mediante la exploración de diferentes representaciones (por ejemplo, $1/2 = 50\%$) o solucionando problemas que están situados en contextos cotidianos (por ejemplo, el costo de combustible para un viaje en automóvil).

Múltiples soluciones y representaciones

Proveer a los estudiantes de múltiples representaciones ayuda a desarrollar tanto su comprensión conceptual como su flexibilidad computacional.

Los docentes efectivos proporcionan a sus estudiantes oportunidades de utilizar una gama cada vez mayor de las representaciones, así como la posibilidad de traducir entre ellas. Por ejemplo, un estudiante que trabaja con diferentes representaciones de funciones (escenarios de la vida real, gráficos, tablas y ecuaciones) tiene diferentes formas de ver y pensar las relaciones entre las variables.

Las tareas que tienen más de una estrategia de solución posible, pueden ser utilizadas para impulsar a los estudiantes a plantear estrategias. Los docentes eficaces aprovechan las discusiones de toda la clase como una oportunidad de elegir y secuenciar diferentes enfoques de los estudiantes con el objetivo de establecer vínculos entre las representaciones. Por ejemplo, los estudiantes pueden ilustrar la solución para $103 - 28$ utilizando una recta numérica vacía, un modelo de base diez, o una representación de notación. Al compartir una estrategia de soluciones, los estudiantes pueden desarrollar un pensamiento matemático más potente, fluido y preciso.

Conexión con la vida cotidiana

Cuando los estudiantes descubren que pueden utilizar la matemática como una herramienta para la solución de problemas significativos en su vida cotidiana, comienzan a ver que es relevante e interesante. Eso sí, el docente eficaz debe tener cuidado de que los contextos que eligen no distraigan a los estudiantes de los propósitos de las tareas matemáticas. El profesor hace conexiones matemáticas y plantea metas explícitas para apoyar a aquellos estudiantes que tienden a enfocarse en temas de contexto a expensas de la matemática. También apoyan a los estudiantes que se inclinan a compartimentar problemas y a perder las ideas que los conectan.

Lectura sugerida: Anghileri, 2006; Watson & Mason, 2006.

6. Evaluación para el aprendizaje

Los docentes eficientes utilizan una serie de prácticas para la evaluación, de modo que se haga visible el pensamiento de los estudiantes y apoyar así su aprendizaje.

Resultados de la investigación

El docente eficaz hace uso de una amplia gama de evaluaciones formales e informales para diagnosticar problemas de aprendizaje, monitorear su progreso y determinar qué necesitan hacer los estudiantes de ahora en adelante para continuar aprendiendo. En el curso de la actividad regular del aula, recogen información acerca de cómo aprenden sus estudiantes, lo que parecen saber y son capaces de hacer, y lo que les interesa. De esta manera, saben lo que funciona y lo que no, y son capaces de proporcionar una enseñanza informada y tomar decisiones en cuanto al aprendizaje.

Explorando el razonamiento de los estudiantes y sondeando su comprensión

Durante las clases de todos los días, los docentes toman un sinnúmero de decisiones sobre la instrucción. Evaluaciones aplicadas al progreso de los estudiantes momento a momento, ayudan a decidir qué preguntas hacer, cuándo intervenir y cómo responder a las preguntas. El docente gana mucho al observar a sus estudiantes mientras trabajan y al hablar con ellos: puede evaluar la comprensión de los estudiantes, ver qué estrategias prefieren y familiarizarse con el lenguaje que utilizan. Los docentes eficaces utilizan esta información como base para decidir qué ejemplos y explicaciones enfocarán durante la clase.

Las entrevistas uno-a-uno también pueden proporcionar aportes importantes: una entrevista de resolución de problemas en voz alta, a menudo revelará más sobre lo que está pasando por la mente de un estudiante, que una prueba escrita. Los docentes que utilizan entrevistas por primera vez, suelen sorprenderse al descubrir lo que los estudiantes conocen y desconocen. Debido a que desafían sus expectativas y suposiciones, las entrevistas pueden hacer que los docentes respondan mejor a las diversas necesidades de aprendizaje de los estudiantes.

Preguntas de los docentes

Al hacer preguntas, los docentes eficientes requieren que los estudiantes participen en pensamiento matemático y resolución de problemas. Al proporcionar suficiente tiempo para que los estudiantes

exploren las respuestas en profundidad y presionarlos para obtener una explicación y comprensión, los docentes pueden asegurar que los estudiantes estén involucrados de manera productiva. Las preguntas también son medios poderosos para evaluar el conocimiento de los estudiantes y explorar sus pensamientos. Un indicador clave de cuestionamiento es cómo los docentes escuchan las respuestas de sus estudiantes.

Los docentes eficientes prestan atención, no solo a la respuesta correcta sino también al pensamiento matemático de los estudiantes. Ellos saben que una respuesta equivocada podría indicar un pensamiento inesperado, más que la falta de entendimiento. Igualmente, una respuesta correcta puede llegar a través de un pensamiento defectuoso.

Para explorar el pensamiento de los estudiantes y animarlos a participar en un nivel superior, los docentes pueden utilizar preguntas que comienzan con una solución. Por ejemplo, si el área de un rectángulo es de 24 cm^2 y el perímetro es de 22 cm , ¿cuáles son sus dimensiones? Preguntas que tienen una variedad de soluciones o pueden ser resueltas en más de una forma, tienen el potencial de proporcionar una información valiosa al pensamiento y razonamiento del estudiante.

Retroalimentación

Este recurso es útil cuando se centra en la tarea, no en puntajes o calificaciones, y describe por qué algo está bien o mal. Describe además qué hacer a continuación o sugiere estrategias para mejorar. Los docentes eficientes apoyan a sus estudiantes cuando están atascados, no dando soluciones completas sino alentándolos a buscar más información, intentar otro método o discutir el problema con sus compañeros de clase. En respuesta a un estudiante que dice que no entiende, un docente podría decir: “bueno, la primera parte es igual al anterior problema; luego sumamos una variable. Ve si puedes averiguar cuál es. Yo regresaré en unos minutos”. Este docente desafía al estudiante a intentar una reflexión más profunda antes de regresar y comprobar su progreso.

Evaluación personal y de los compañeros

Los docentes eficientes brindan oportunidades a sus estudiantes para evaluar su propio trabajo. Ello puede incluir el que los estudiantes diseñen sus propias preguntas para una prueba, compartir ciertos criterios, escribir diarios matemáticos o presentar una carpeta con evidencia de su creciente comprensión. Cuando la retroalimentación es utilizada para alentar el diálogo de estudiante a estudiante y de estudiante a docente, la auto-evaluación se torna en una parte regular del proceso de aprendizaje y los estudiantes desarrollan una mayor conciencia de sí mismos.

Lectura sugerida: Steinberg, Empson, & Carpenter, 2004; Wiliam, 2007.

7. Comunicación matemática

Los docentes efectivos son capaces de facilitar el diálogo enfocado a la argumentación matemática en clase.

Resultados de la investigación

Los docentes eficaces alientan a sus estudiantes a explicar y justificar sus soluciones. Piden que tomen una posición y la defiendan ante demandas matemáticas contrarias, expuestas por otros estudiantes. Ellos supervisan los intentos de los estudiantes para examinar conjeturas, desacuerdos y contraargumentos. Con su orientación, los estudiantes aprenden cómo utilizar ideas matemáticas, lenguaje y métodos. Cuando la atención cambia de normas de procedimiento para dar sentido a la matemática, los estudiantes se preocupan menos de hallar respuestas y más de pensar en qué los conduce a esas respuestas.

Intentos de supervisión de modos matemáticos del habla y pensamiento

Los estudiantes deben aprender a comunicarse matemáticamente, dar explicaciones matemáticas concretas y justificar sus soluciones. Los docentes eficientes animan a sus estudiantes a comunicar sus ideas de forma oral, escrita y utilizando una variedad de representaciones.

Reafirmar es un modo de guiar a los estudiantes en el uso de convenciones matemáticas. La reafirmación implica repetir, reformular o expandir el habla del estudiante. Los docentes pueden utilizarla para:

1. Resaltar ideas que vienen directamente de los estudiantes.
2. Ayudar a desarrollar la comprensión de los estudiantes que está implícita en esas ideas.
3. Agregar nuevas ideas o llevar la discusión en otra dirección.

Desarrollar habilidades de argumentación matemática

Para guiar a los estudiantes en las formas de argumentación matemática, los docentes eficientes los animan a tomar y defender posiciones en contra de ideas alternativas; sus estudiantes se acostumbran a escuchar las ideas de otros y utilizan el debate para resolver conflictos y llegar a acuerdos comunes.

En el siguiente episodio, una clase estuvo discutiendo la idea de que las fracciones pueden ser convertidas en decimales. Bruno y Gina han estado desarrollando habilidades de argumentación matemática durante esta discusión. La maestra entonces se dirige a la clase:

“Bien, ahora espero que estén escuchando porque lo que dijeron Gina y Bruno fue muy importante. Bruno hizo una conjetura y Gina la probó por él, y en base a sus pruebas él revisa sus conjeturas porque para eso son las conjeturas. Eso significa que uno piensa que ve un patrón, de modo que llegará a una declaración que cree es cierta, pero aún no está convencido. Basado en una evidencia adicional, Bruno revisó su conjetura y luego podría revisar nuevamente lo que declaró en un principio o algo totalmente nuevo. Pero están haciendo algo importante. Están buscando patrones y tratando de llegar a generalizaciones”.

O'Connor (2001, pp. 155–156)

Esta maestra sostuvo el flujo de ideas de sus estudiantes y supo cuándo intervenir o no en la discusión, cuándo presionar su comprensión, cuándo resolver la competencia de reclamos de los estudiantes y cuándo abordar malentendidos o confusiones. Mientras los estudiantes aprendían sobre la argumentación matemática y descubrían qué hace que un argumento sea convincente, ella escuchaba atentamente a las ideas e información de los estudiantes. Es importante destacar que ella se abstuvo de emitir sus propias explicaciones hasta que fueron necesarias.

Lectura sugerida: Lobato, Clarke, & Ellis, 2005; O'Connor, 2001; Yackel, Cobb, & Wood, 1998.

8. Lenguaje matemático

Docentes eficientes dan forma al lenguaje matemático mediante el modelo de términos apropiados que permite comunicar su significado de manera que los estudiantes entiendan.

Resultados de la investigación

Los docentes eficaces fomentan en sus estudiantes el uso y comprensión de la terminología que está avalada por la comunidad matemática. Esto lo hacen mediante el establecimiento de vínculos entre el lenguaje matemático, la comprensión intuitiva de los estudiantes y la lengua materna. Los conceptos y términos técnicos deben ser explicados y presentados de forma que tengan sentido para los estudiantes y a la vez se apeguen al significado subyacente. Mediante una cuidadosa distinción entre los términos, los docentes ayudan a los estudiantes a ser conscientes de las variaciones y sutilezas que se encuentran en el lenguaje matemático.

Enseñanza de la lengua explícita

Los estudiantes aprenden el significado del lenguaje matemático a través de 'avisos' explícitos y modelos. A veces, se puede ayudar a comprender el significado de un concepto a través del uso de palabras o símbolos que tienen el mismo significado matemático, como por ejemplo 'x', 'multiplicar' y 'por'. Una atención particular es necesaria al utilizar palabras como 'menos que', 'más', 'tal vez' y 'mitad', que pueden tener significados ligeramente diferentes en el hogar. En la siguiente transcripción, un docente sostiene dos paquetes de cereal, uno grande y otro pequeño, y pide a los estudiantes que describan la diferencia entre ellos en términos matemáticos.

- M: ¿Dirían que estos dos tienen diferentes formas?
E: Son similares.
M: ¿Qué significa similares?
E: Con la misma forma, diferentes tamaños.
M: Con la misma forma pero diferentes tamaños.
¿Eso está dando vueltas no? Aún no sabemos

qué significa forma. ¿Qué entienden ustedes por forma?

[Entonces, el docente reúne tres objetos: los dos paquetes de cereales y una regla de metro. Coloca la regla junto al paquete de cereal pequeño.]

M: Estos tienen formas diferentes, pero ambos son cuboides. [Ahora coloca los paquetes de cereal lado a lado].

M: Estos dos tienen la misma forma pero tienen tamaños diferentes. ¿Qué hace que tengan la misma forma?

[Una muchacha hace referencia a una *versión de escala* reducida. Otra mide los lados para ver si están en el mismo radio. Claire recoge palabras y hace hincapié en ellas].

M: Correcto. Se trata de relación y escala.

Runesson (2005, pp. 75–76)

Contextos multilingües y la lengua materna

El docente debe presentar y utilizar una lengua materna especializada de modo que los estudiantes puedan comprender fácilmente. Términos como ‘valor absoluto’, ‘desviación estándar’ y ‘muy probable’, por lo general no tienen equivalentes en el lenguaje que utiliza un niño en casa. Donde el medio de instrucción es diferente de la lengua materna, los niños pueden tener dificultades considerables con preposiciones, orden de las palabras, estructuras lógicas y condicionales, y los contextos no familiares en los cuales están situados los problemas. Los docentes de matemática a menudo no están conscientes de las barreras de comprensión que deben sobrellevar los estudiantes de diferentes culturas e idiomas. El lenguaje (o código) de conmutación en el que los docentes sustituyen una palabra, frase u oración en la lengua materna para describir un concepto matemático, puede ser una estrategia útil para que los estudiantes entiendan el significado subyacente.

Lectura sugerida: Runesson, 2005; Setati & Adler, 2001.

9. Herramientas y representaciones

Los docentes eficientes seleccionan cuidadosamente las herramientas y representaciones para el apoyo al pensamiento de los estudiantes.

Resultados de la investigación

Las representaciones y herramientas que apoyan el desarrollo matemático de los estudiantes incluyen el número en sí, el simbolismo algebraico, gráficos, diagramas, modelos, ecuaciones, notaciones, imágenes, analogías, metáforas, historias, textos y tecnología. Estas herramientas son vehículos para la representación, comunicación, reflexión y argumentación. Son más efectivas cuando dejan de ser ayuda externa para convertirse en parte integral del razonamiento matemático de los estudiantes. El significado creciente de estas herramientas se invierte, de manera que se tornan en elementos cada vez más útiles para promover el aprendizaje futuro.

Pensar con herramientas

Si las herramientas procuran ofrecer a los estudiantes ‘espacios de pensamiento’, ayudarles a organizar su razonamiento matemático y apoyar su sentido de decisiones, los docentes deben asegurarse que las herramientas elegidas sean utilizadas de manera efectiva. Con la ayuda de una herramienta adecuada, los estudiantes pueden reflexionar sobre un problema o probar una idea que fue presentada por su docente. Por ejemplo, actividades de uso de cuadros de diez pueden ser utilizados para ayudar a los estudiantes a visualizar relaciones de números de modo que puedan ver cuán lejos está un número respecto del 10 o cómo un número puede dividirse.

Los docentes eficientes tienen cuidado al utilizar ciertas herramientas, particularmente aquellos materiales ‘concretos’ pre-diseñados, como rectas numéricas o uso de cuadros de diez, para asegurarse que los estudiantes logren hallar su sentido matemático. Hacen esto al explicar cómo el modelo está siendo utilizado, cómo representa ideas bajo discusión y cómo está vinculado a las operaciones, conceptos y representaciones simbólicas.

Comunicándose con herramientas

Las herramientas, reflejadas tanto en objetos manipulables como virtuales, son útiles para la comunicación de ideas y pensamientos que

son difíciles de describirlos de forma oral o escrita. Las herramientas a utilizar no necesariamente deben ser aquellas prefabricadas. Los docentes eficientes reconocen el valor de los estudiantes que generan sus propias representaciones, ya sea mediante la invención de notaciones o representaciones gráficas, pictóricas, tabulares, o geométricas. Por ejemplo, los estudiantes pueden utilizar datos estadísticos y crear su propia representación pictórica para contar historias, antes de adquirir herramientas gráficas formales. Mientras utilizan herramientas para comunicar sus ideas, los estudiantes desarrollan y aclaran su propio pensamiento y, al mismo tiempo, proporcionan a sus profesores una visión de su pensamiento.

Nuevas tecnologías

Un conjunto cada vez mayor de herramientas tecnológicas está disponible para su uso en las aulas de matemática. Estas incluyen aplicaciones en calculadora o computadora, tecnologías de presentación como la pizarra, tecnologías móviles como clickers y registradores de datos, y por último la internet. Estas aplicaciones dinámicas, gráficas, numéricas y visuales proporcionan nuevas oportunidades para docentes y estudiantes que exploran y representan conceptos matemáticos.

Con la guía de los docentes, la tecnología puede apoyar la investigación independiente y la construcción de conocimientos compartidos. Cuando son utilizadas para actividades de modelo, las herramientas tecnológicas pueden vincular al estudiante con el mundo real, haciendo que la matemática sea más accesible y más relevante.

Los docentes toman decisiones informadas sobre cuándo y cómo utilizar la tecnología para apoyar el aprendizaje. El docente eficiente se toma el tiempo necesario para compartir con sus estudiantes el razonamiento tras estas decisiones; también requiere que sus estudiantes monitoreen su propio uso, incluyendo el uso excesivo o la infrutilización de tecnología. Dado el ritmo de los cambios, los docentes necesitan desarrollo profesional continuo para que puedan utilizar tecnologías nuevas aplicadas a métodos que promuevan el pensamiento matemático de los estudiantes.

Lectura sugerida: Thomas & Chinnappan, 2008; Zevenbergen & Lerman, 2008.

10. Conocimientos de los docentes

Los docentes eficaces desarrollan y utilizan conocimientos sólidos como base para iniciar el aprendizaje y responder a las necesidades matemáticas de todos sus estudiantes.

Resultados de la investigación

La forma en que los docentes organizan la enseñanza en las clases depende mucho de lo que saben y creen de la matemática, y de lo que comprenden sobre la enseñanza y aprendizaje de ésta. Ellos necesitan conocimientos que los ayuden a reconocer y actuar en consecuencia, frente a las oportunidades de enseñanza que se presentan sin previo aviso. Si los docentes entienden las grandes ideas de la matemática pueden representar la matemática como un sistema coherente y conectado, y pueden dar sentido y manejar puntos de vista múltiples de los estudiantes. Sólo con el conocimiento de contenido sustancial y contenidos pedagógicos, es que los docentes pueden ayudar a sus estudiantes a desarrollar una comprensión matemática fundamentada.

Los docentes y el conocimiento de contenidos

Los docentes eficientes tienen un buen conocimiento del contenido relevante y saben cómo enseñarlo. Conocen cuáles son las grandes ideas y cómo explicarlas. Pueden pensar en un modelo y utilizar ejemplos y metáforas del modo en que reflexionan los estudiantes avanzados. Los docentes eficientes pueden evaluar de manera crítica los procesos y soluciones del estudiante, y comprenderlos mediante una retroalimentación adecuada. Ellos pueden ver el potencial en las tareas propuestas y esto contribuye a una buena e instruida toma de decisiones.

Conocimiento de contenido pedagógico para docentes

El conocimiento con contenido pedagógico es crucial en todos los niveles de matemática y con todos los grupos de estudiantes. Los docentes con conocimientos profundos tienen ideas claras sobre cómo construir un conocimiento procedimental y cómo ampliar y desafiar las ideas del estudiante. Utilizan sus conocimientos para tomar varias decisiones en cuanto a tareas, recursos en el aula, conversaciones y acciones que alimenten o se deriven del proceso de aprendizaje. Los docentes con conocimientos limitados tienden a estructurar el aprendizaje y la enseñanza alrededor de conceptos discretos, en lugar de crear conexiones más amplias entre los hechos, conceptos, estructuras y prácticas.

Para enseñar contenidos matemáticos efectivamente, los docentes necesitan una comprensión fundamentada de los estudiantes como aprendices.

Con esa comprensión, los docentes están conscientes de las concepciones y conceptos erróneos, y usan este conocimiento para tomar decisiones pedagógicas que fortalezcan la comprensión conceptual.

El conocimiento de los docentes en acción

Como ilustra la siguiente transcripción, un sólido conocimiento permite al docente escuchar y preguntar más aguda y efectivamente, para obtener información que le permita tomar decisiones inmediatas en el aula.

El docente retó a su clase del año 1-2 para investigar números enteros negativos.

E: Cinco negativo más cinco negativo debe ser cinco negativo.

M: No, porque estás sumando cinco negativo y cinco negativo.

M: Entonces empiezas con cinco negativo y ¿cuántos saltos debes tomar?

E: Cinco.

M: Bueno, no vas a terminar en cinco negativo [puntos a cinco negativo en la recta numérica]. Entonces, cinco negativo. ¿Cuántos saltos debes tomar?

E: Cinco.

M: Entonces, ¿dónde teminarás?

Fraivillig, Murphy & Fuson (1999, p. 161)

Al igual que este docente, aquellos con un conocimiento fundado son más aptos para notar momentos críticos cuando las opciones u oportunidades se presentan. Es importante destacar que, dada la comprensión de las ideas matemáticas y cómo enseñar, los docentes pueden adaptarse y modificar sus rutinas para acomodarse a las necesidades.

Mejorando el conocimiento de los profesores

El desarrollo del conocimiento de los profesores es ampliado por los esfuerzos dentro de una amplia comunidad educativa. Los docentes necesitan apoyo de otros, particularmente en material, sistemas y apoyo humano y emocional. Mientras los docentes pueden aprender mucho al trabajar junto a un grupo de apoyo de colegas matemáticos, las iniciativas de desarrollo personal a menudo son un catalizador necesario para un cambio importante.

Lectura sugerida: Askew, Brown, Rhodes, Johnson, & Wiliam, 1997; Hill, Rowan, & Ball, 2005; Schifter, 2001

Conclusión

Los resultados actuales de la investigación muestran que la naturaleza de la enseñanza de la matemática afecta significativamente la calidad y los resultados del aprendizaje de los estudiantes. Esto resalta la enorme responsabilidad que tienen los docentes por el bienestar matemático de sus estudiantes. En esta publicación exponemos diez principios como punto de partida para discutir cambios, innovación y reformas. Estos principios deben ser mirados en su conjunto y no de manera aislada: la enseñanza es compleja y muchos factores relacionados tienen un impacto en el aprendizaje del estudiante. Este texto ofrece formas de abordar esta complejidad y hacer más eficaz la enseñanza de la matemática.

Una innovación mayor y una verdadera reforma requiere la alineación de esfuerzos de todos los involucrados en el desarrollo matemático de los estudiantes: los docentes, directores, educadores, investigadores, padres, servicios de apoyo especializado, juntas escolares, responsables de políticas y los propios estudiantes. Los cambios deben ser negociados y llevados a la práctica en las aulas, equipos, departamentos, facultades y en programas de educación de profesores. La innovación y la reforma deben venir con los recursos adecuados. Escuelas, comunidades y naciones necesitan asegurarse que sus docentes tengan los conocimientos, habilidades, recursos e incentivos para proporcionar a sus estudiantes las mejores oportunidades de aprendizaje. De este modo, todos los estudiantes tendrán la oportunidad de verse a sí mismos como poderosos aprendices de matemática.

Referencias

- Anghileri, J. 2006. Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, no. 9, pp. 33–52.
- Angier, C.; Povey, H. 1999. One teacher and a class of school students: Their perception of the culture of their mathematics classroom and its construction. *Educational Review*, vol. 51, no. 2, pp. 147–160.
- Anthony, G.; Walshaw, M. 2007. *Effective pedagogy in mathematics/p,ngarau: Best evidence synthesis iteration [BES]*. Wellington: Ministry of Education.
- Askew, M. et al. 1997. *Effective teachers of numeracy*. London: Kings College.
- Carpenter, T.; Fennema, E.; Franke, M. 1996. Cognitively guided instruction: A knowledge base for reform in primary mathematics instruction. *The Elementary School Journal*, vol. 97, no. 1, pp. 3–20.
- Fraivillig, J.; Murphy, L.; Fuson, K. 1999. Advancing children's mathematical thinking in Everyday Mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 30, no. 2, pp. 148–170.
- Henningsen, M.; Stein, M. 1997. Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, no. 5, pp. 524–549.
- Hill, H.; Rowan, B.; Ball, D. 2005. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Education Research Journal*, no. 42, pp. 371–406.
- Houssart, J. 2002. Simplification and repetition of mathematical tasks: A recipe for success or failure? *The Journal of Mathematical Behavior*, vol. 21, no. 2, pp. 191–202.
- Hunter, R. 2005. Reforming communication in the classroom: One teacher's journey of change. In: Clarkson, P. et al., eds. *Building connections: Research, theory and practice* (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 451–458). Sydney: MERGA.

- Lobato, J.; Clarke, D.; Ellis, A. B. 2005. Initiating and eliciting in teaching: A reformulation of telling. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 36, no. 2, pp. 101–136.
- Martin, T. S., ed. 2007. *Mathematics teaching today: Improving practice, improving student learning*, 2nd ed. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Research Council. 2001. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- O'Connor, M.C. 2001. "Can any fraction be turned into a decimal?" A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics*, no. 46, pp. 143–185.
- Runesson, U. 2005. Beyond discourse and interaction. Variation: A critical aspect for teaching and learning mathematics. *Cambridge Journal of Education*, vol. 35, no. 1, pp. 69–87.
- Schifter, D. 2001. Learning to see the invisible. In: Wood, T.; Scott-Nelson, B.; Warfield, J., eds. *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 109–134). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Setati, M.; Adler, J. 2001. Code-switching in a senior primary class of secondary-language mathematics learners. *For the Learning of Mathematics*, no. 18, pp. 34–42.
- Sfard, A.; Keiran, C. 2001. Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity*, vol. 8, no. 1, pp. 42–76.
- Steinberg, R. M.; Empson, S.B.; Carpenter, T.P. 2004. Inquiry into children's mathematical thinking as a means to teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, no. 7, pp. 237–267.
- Sullivan, P.; Mousley, J.; Zevenbergen, R. 2006. Teacher actions to maximize mathematics learning opportunities in heterogeneous classrooms. *International Journal of Science and Mathematics Education*, vol. 4, no. 1, pp. 117–143.
- Thomas, M.; Chinnappan, M. 2008. Teaching and learning with technology: Realising the potential. In: Forgasz, H. et al., eds. *Research in Mathematics Education in Australasia 2004–2007* (pp. 165–193). Rotterdam: Sense Publishers.
- Watson, A. 2002. Instances of mathematical thinking among low attaining students in an ordinary secondary classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, no. 20, pp. 461–475.

- Watson, A.; De Geest, E. 2005. Principled teaching for deep progress: Improving mathematical learning beyond methods and material. *Educational Studies in Mathematics*, no. 58, pp. 209–234.
- Watson, A.; Mason, J. 2006. Seeing an exercise as a single mathematical object: Using variation to structure sense-making. *Mathematical Thinking and Learning*, no. 8, pp. 91–111.
- Wiliam, D. 2007. Keeping learning on track. In: Lester, F.K., ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1053–1098). Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing.
- Wood, T. 2002. What does it mean to teach mathematics differently? In: Barton, B. et al., eds. *Mathematics Education in the South Pacific* (Proceedings of the 25th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 61–67). Sydney: MERGA.
- Yackel, E.; Cobb, P.; Wood, T. 1998. The interactive constitution of mathematical meaning in one second grade classroom: An illustrative example. *Journal of Mathematical Behaviour*, vol. 17, no. 4, pp. 469–488.
- Zevenbergen, R.; Lerman, S. 2008. Learning environments using interactive whiteboards: New learning spaces or reproduction of old technologies. *Mathematics Education Research Journal*, vol. 20, no. 1, pp. 107–125.

La Oficina Internacional de Educación–IBE

La IBE fue fundada en Ginebra, Suiza, como una organización privada no gubernamental en 1925. Bajo nuevos estatutos se convirtió en la primera organización inter-gubernamental en el campo de la educación. Desde 1969, el Instituto ha sido una parte integral de la UNESCO manteniendo una amplia autonomía intelectual y funcional.

La misión de IBE es funcionar como un centro internacional para el desarrollo de contenidos y métodos de educación. Construye redes para compartir conocimientos especializados y fomentar capacidades nacionales para el cambio curricular y el desarrollo en todas las regiones del mundo. Su objetivo es introducir enfoques modernos en el diseño e implementación del currículo, mejorar las habilidades prácticas y fomentar el diálogo internacional sobre políticas educativas.

IBE contribuye al logro de la Educación de Calidad para Todos (EFA) principalmente a través de: (a) desarrollar y facilitar una red mundial y una Comunidad de Práctica de especialistas en currículo; (b) la prestación de servicios de asesoramiento y asistencia técnica en respuesta a demandas específicas para la reforma curricular o desarrollo; (c) recolectar, producir y otorgar acceso a una amplia gama de recursos de información y materiales sobre los sistemas educativos, currículos y los procesos de desarrollo de currículo alrededor del mundo, incluyendo bases de datos en línea (tal como Datos Mundiales de Educación), estudios temáticos, publicaciones (como *Perspectivas*, revista trimestral de educación), reportes nacionales, al igual que materiales curriculares y enfoques para la educación sobre VIH y SIDA en los niveles primario y secundario a través del Centro de Información de VIH y SIDA; y (d) la facilitación y el fomento al diálogo internacional sobre políticas educativas, estrategias y reformas entre quienes están encargados de la toma de decisiones y otros interesados, en particular a través de la Conferencia Internacional de Educación organizada por IBE desde 1934—, que puede ser considerada uno de los foros para el desarrollo de políticas a nivel mundial y el diálogo entre el Ministerio de Educación.

IBE es gobernado por un concejo compuesto de representantes de veintiocho estados miembros, electos por la Conferencia General de la UNESCO. IBE tiene el orgullo de estar asociada con el trabajo de la Academia Internacional de la Educación y publica este material como un Centro de Intercambio que promueve la transferencia de información sobre prácticas educativas.